

ESERCIZIO 1 (Settimana 3)

Dato il circuito di figura, che impiega diodi ideali, si richiede di disegnare la transcaratteristica $V_o = f(V_{IN})$ indicando chiaramente i punti di spezzamento e le pendenze dei vari tratti e giustificando la risposta.

Dati:

$V_A = 5\text{ V}$, $I_0 = 2\text{ mA}$, $R_1 = 1\text{ k}\Omega$, $R_2 = 2\text{ k}\Omega$, $R_3 = 2\text{ k}\Omega$.

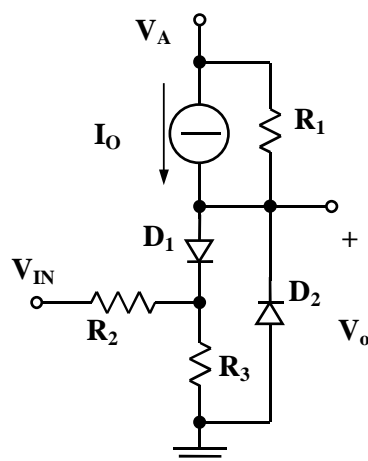


Fig. 1 – Circuito non lineare da analizzare

Soluzione

Osservando il circuito, si può supporre che, per valori sufficientemente positivi della tensione V_{IN} , entrambi i diodi siano interdetti. Conviene allora iniziare l'analisi ipotizzando che sia:

1. $D_1 = \text{"OFF"}$, $D_2 = \text{"OFF"}$.

Il circuito da studiare si può semplificare come raffigurato di seguito in Fig. 2.

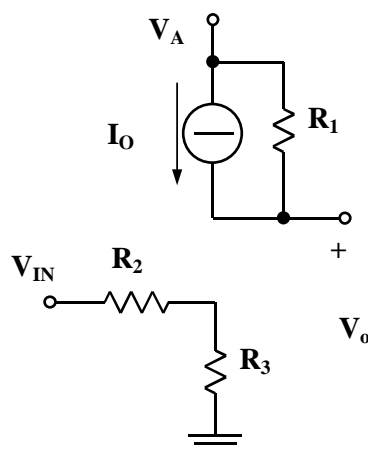


Fig. 2 – Circuito lineare equivalente per il caso 1.

Analizzando tale circuito, si ottiene che:

$$V_o = V_A + R_1 \cdot I_0 = 7\text{ V}. \quad (1)$$

Questa situazione si mantiene finché la tensione ai capi dei diodi rimane negativa. La tensione ai capi di D_2 (con le usuali convenzioni di segno) è pari a $-V_o$ e quindi è effettivamente negativa. La tensione ai capi di D_1 invece risulta pari a:

$$V_{D1} = V_o - V_{IN} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_2}. \quad (2)$$

Sostituendo la (1) nella (2) si ricava la condizione:

$$V_{IN} > \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) \cdot (V_A + R_1 \cdot I_o) = V_1 = 14 \text{ V}. \quad (3)$$

Si può quindi concludere che, per tensioni superiori a V_1 , la tensione di uscita resta fissata a 7 V. Per tensioni inferiori a V_1 , invece, il diodo D_1 , che è l'unico il cui stato dipenda da V_{IN} , si accende. La situazione da considerare successivamente è quindi:

2. $D_1 = \text{"ON"} , D_2 = \text{"OFF"} .$

Il circuito da studiare diventa allora quello rappresentato in Fig. 3.

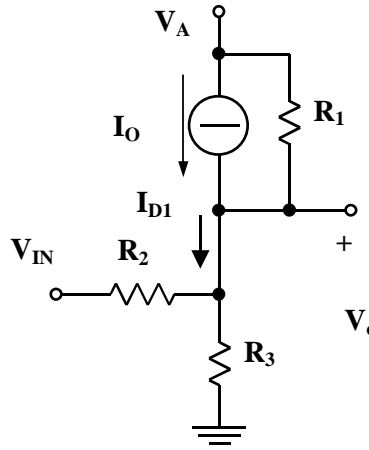


Fig. 3 – Circuito lineare equivalente per il caso 2.

Per determinare la tensione di uscita conviene applicare il principio di sovrapposizione degli effetti. Dopo qualche passaggio, si trova:

$$V_o = (V_A + R_1 \cdot I_o) \cdot \frac{R_2 // R_3}{R_2 // R_3 + R_1} + V_{IN} \cdot \frac{R_1 // R_3}{R_1 // R_3 + R_2} = 3.5 + 0.25 \cdot V_{IN} \text{ [V]}, \quad (4)$$

dove è possibile distinguere il contributo dei tre generatori indipendenti. Questa situazione si mantiene finché la tensione ai capi del diodo D_2 rimane negativa e la corrente sul diodo D_1 positiva. Determiniamo allora le due quantità:

$$V_{D2} = -V_o, \quad (5)$$

$$I_{D1} = I_o - \frac{V_o - V_A}{R_1}. \quad (6)$$

Sostituendo la (4) nella (5) e nella (6) e imponendo il segno corretto a ciascuna quantità, si ricavano due condizioni sulla tensione V_{IN} . In particolare, dalla (5) si trova:

$$V_{IN} > -(V_A + R_1 \cdot I_o) \cdot \frac{R_2 // R_3}{R_2 // R_3 + R_1} \cdot \frac{R_2 + R_1 // R_3}{R_1 // R_3} = V_2 = -14 \text{ V}, \quad (7)$$

mentre dalla (6) si ottiene:

$$V_{IN} < V_A \cdot \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_1 // R_3)}{R_1 // R_3 \cdot (R_1 + R_2 // R_3)} + I_o \frac{R_1^2 \cdot (R_2 + R_1 // R_3)}{R_1 // R_3 \cdot (R_1 + R_2 // R_3)} = 14 \text{ V}. \quad (8)$$

La situazione analizzata corrisponde quindi ad una tensione di ingresso compresa tra V_2 e V_1 . Risulta adesso evidente che, per tensioni inferiori a V_2 , il diodo D_2 entra nello stato di conduzione. Resta allora da analizzare la situazione:

3. $D_1 = \text{"ON"} , D_2 = \text{"ON"} .$

Il circuito corrispondente è quello di Fig. 4.

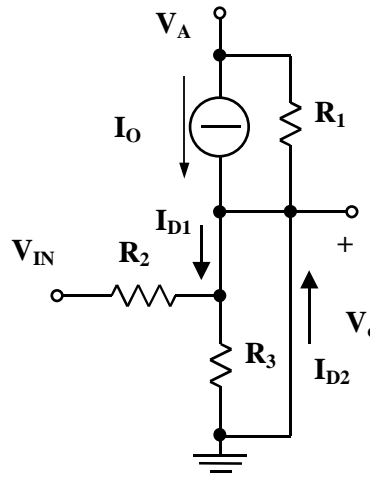


Fig. 4 – Circuito lineare equivalente per il caso 3.

E' immediato osservare che, in queste condizioni, la tensione di uscita risulta pari a 0 V. A titolo di verifica si ricercano comunque le condizioni di validità per il circuito ora considerato. Come è evidente, si tratta di determinare l'espressione delle correnti dei due diodi e imporre che siano entrambe positive. Si trova:

$$I_{D1} = -\frac{V_{IN}}{R_2}, \quad (9)$$

$$I_{D2} = I_{D1} - \frac{V_A}{R_1} - I_o = -\frac{V_{IN}}{R_2} - \frac{V_A}{R_1} - I_o. \quad (10)$$

Da queste espressioni si ricavano rispettivamente le condizioni:

$$V_{IN} < 0, \quad (11)$$

$$V_{IN} < -V_A \frac{R_2}{R_1} - R_2 I_o = -14 \text{ V}. \quad (12)$$

Se ne desume quindi che, per $V_{IN} < V_2$, la tensione di uscita del circuito rimarrà pari a 0 V.

Riassumendo i risultati trovati si trova quindi:

$$V_{IN} < V_2 \Rightarrow V_o = 0 \text{ V}$$

$$V_2 < V_{IN} < V_1 \Rightarrow V_o = (V_A + R_1 \cdot I_o) \cdot \frac{R_2 // R_3}{R_2 // R_3 + R_1} + V_{IN} \cdot \frac{R_1 // R_3}{R_1 // R_3 + R_2} \quad (13)$$

$$V_{IN} > V_1 \Rightarrow V_o = V_A + R_1 \cdot I_o$$

E' interessante osservare che, poiché è possibile assegnare un valore di V_o ad ogni valore reale di V_{IN} , l'analisi è completata. La situazione corrispondente a $D_1 = \text{"OFF"}$, $D_2 = \text{"ON"}$ non è quindi fisicamente possibile. Inoltre, i tre segmenti individuati si raccordano correttamente, determinando cioè una transcaratteristica continua, come deve essere.

La transcaratteristica cercata è quindi quella riportata in Fig. 5.

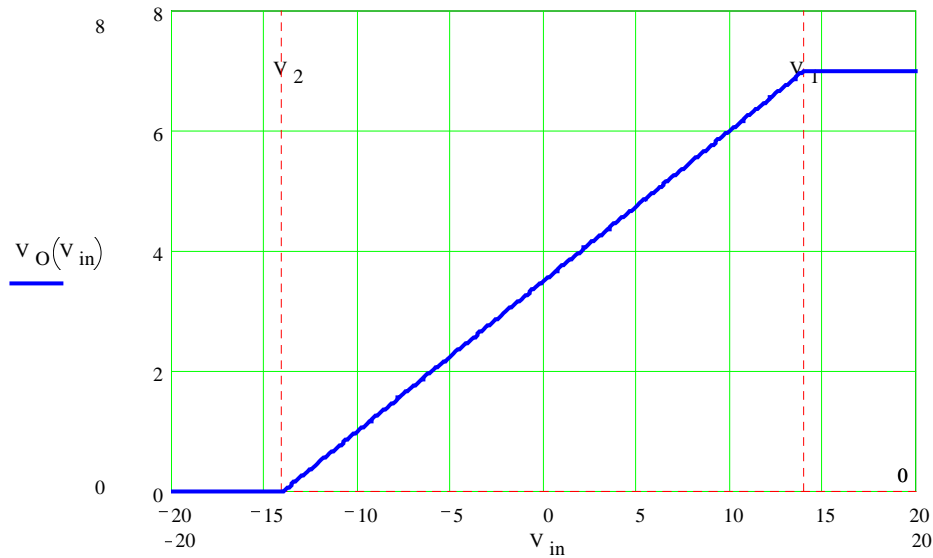


Fig. 5 – Transcaratteristica del circuito di Fig. 1.